$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{adj(A)}{det(A)}$$

$$adj(A) = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

additive inverse

$(-3 + ? = 0$

$$-3 \equiv 2 \ (\mathrm{mod}\ Z_5)$$
$$-2 \equiv 3 \ (\mathrm{mod}\ Z_5)$$

$$adj(A) = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$det(A) = 2 \times 4 - 3 \times 2 \qquad = 3 - 1$$
$$= 8 - 6$$
$$= 2$$

$$A^{-1} = \frac{adj(A)}{det(A)} = \frac{\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}}{2}$$

$$A^{-1} = 2^{-1} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

multiplication inverse

2^{-1} inverse of $2 = 3$ $\quad [\because 2 \times 3 = 6 \equiv 1 \ (\mathrm{mod}\ 5)$

$\equiv 3 \ (\mathrm{mod}\ Z_5)$

$$A^{-1} = 3 \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = 3\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & 6 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$$

$12 \equiv 2 \pmod 5$

$6 \equiv 1 \pmod 5$

$9 \equiv 4 \pmod 5$

$6 \equiv 1 \pmod 5$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Ans